

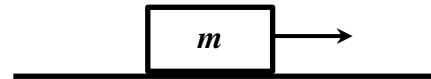
## ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

### ΘΕΜΑ Δ

### Κινήσεις – Δυνάμεις - Ενέργειες

#### 1. [11617 / Δ](#)

Μικρό σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,5$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , στο σώμα αρχίζει να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F = 30 \text{ N}$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 3 \text{ s}$ , οπότε παύει να ασκείται η δύναμη  $\vec{F}$ .



Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m / s}^2$ .

Να υπολογίσετε:

Δ1) το μέτρο της τριβής ολίσθησης,

*Μονάδες 6*

Δ2) το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  στη χρονική διάρκεια που ασκείται στο σώμα,

*Μονάδες 6*

Δ3) ποια χρονική στιγμή το σώμα θα σταματήσει να κινείται,

*Μονάδες 6*

Δ4) τη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι να σταματήσει να κινείται.

*Μονάδες 7*

## 2. 11623 / Δ

Σε ένα κιβώτιο μάζας 1 kg που κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο, ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ , όπως



φαίνεται στο σχήμα. Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου 10 m/s. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δρόμου είναι  $\mu = 0,2$ .

Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s ένας μαθητής ξεκινά να παρατηρεί την κίνηση του κιβωτίου. Να υπολογίσετε:

**Δ1)** το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$

**Μονάδες 6**

**Δ2)** το έργο της δύναμης  $\vec{F}$ , από τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , μέχρι τη στιγμή που το χρονόμετρο του μαθητή δείχνει  $t_1 = 5$  s.

**Μονάδες 6**

Τη χρονική στιγμή  $t_1$ , καταργείται η δύναμη  $\vec{F}$ . Να υπολογίσετε :

**Δ3)** τη συνολική μετατόπιση του κιβωτίου από τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , μέχρι τη στιγμή που σταμάτησε να κινείται.

**Μονάδες 7**

**Δ4)** το έργο της τριβής, από την χρονική στιγμή  $t_1$  μέχρι τη χρονική στιγμή που το κιβώτιο σταμάτησε να κινείται.

**Μονάδες 6**

Θεωρήστε την επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με  $g = 10\text{m/s}^2$  και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

### 3. 11631 / Δ

Δύο κιβώτια A και B με μάζες  $m_A = 5 \text{ kg}$  και  $m_B = 10 \text{ kg}$ , κινούνται ευθύγραμμα κατά μήκος ενός οριζόντιου προσανατολισμένου άξονα Ox. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  τα κιβώτια διέρχονται από τη θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$  του άξονα, κινούμενα και τα δύο προς τη θετική φορά. Το κιβώτιο A κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_A = 10 \text{ m/s}$ , ενώ το κιβώτιο B έχει αρχική ταχύτητα  $v_0 = 30 \text{ m/s}$ , και κινείται με σταθερή επιτάχυνση η οποία έχει μέτρο  $a_B = 2 \text{ m/s}^2$  και φορά αντίθετη της ταχύτητας  $\vec{v}_0$ .

Να υπολογίσετε:

**Δ1)** το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε κάθε κιβώτιο.

**Μονάδες 5**

**Δ2)** τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα κιβώτια A και B θα βρεθούν πάλι το ένα δίπλα στο άλλο μετά τη χρονική στιγμή  $t_0$ .

**Μονάδες 6**

**Δ3)** τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες τα μέτρα των ταχυτήτων των δυο κιβωτίων θα είναι ίσα.

**Μονάδες 8**

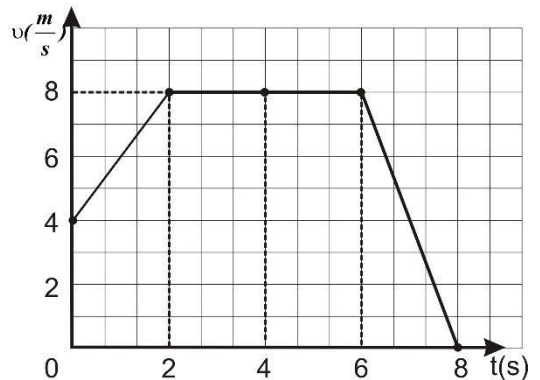
**Δ4)** τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε κιβωτίου από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα μέτρα των ταχυτήτων τους θα είναι ίσα για πρώτη φορά.

**Μονάδες 6**

#### 4. 11632 / Δ

Μικρό σώμα μάζας 10 kg κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα  $Ox$  και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

Θεωρείστε ότι τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το σώμα βρίσκεται στη θέση  $x_0 = 0$ .



**Δ1)** Να χαρακτηρίσετε το είδος της κίνησης του σώματος στα χρονικά διαστήματα  $0 \rightarrow 2$  s,  $2 \rightarrow 6$  s και  $6 \rightarrow 8$  s

**Μονάδες 6**

**Δ2)** Να υπολογίσετε το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων τη χρονική στιγμή  $t_1 = 1,5$  s.

**Μονάδες 6**

**Δ3)** Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_2 = 6,5$  s.

**Μονάδες 7**

**Δ4)** Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος στο χρονικό διάστημα από  $0 \rightarrow 8$  s.

**Μονάδες 6**

## 5. [11633 / Δ](#)

Μικρό σώμα μάζας  $m = 200$  g κινείται σε οριζόντιο δρόμο, με τον οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,2$ . Τη χρονική στιγμή που θεωρούμε ως  $t = 0$  s το σώμα κινείται με ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 72$  km/h. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10$  m / s<sup>2</sup> και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να υπολογίσετε:

**Δ1)** το μέτρο της τριβής ολίσθησης,

*Μονάδες 6*

**Δ2)** τη χρονική στιγμή που θα σταματήσει το σώμα να κινείται.

*Μονάδες 6*

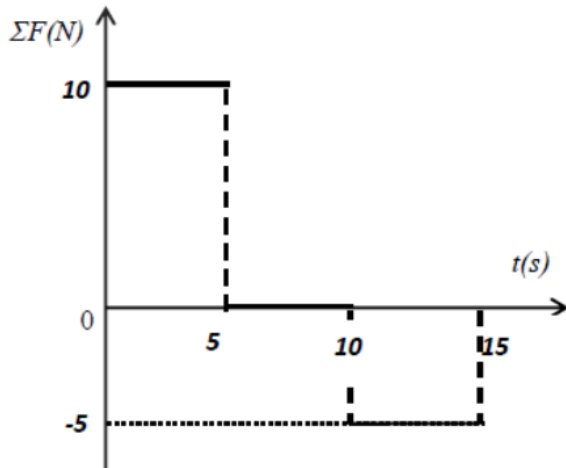
**Δ3)** την μετατόπιση του σώματος, από τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , μέχρι να σταματήσει.

*Μονάδες 6*

**Δ4)** το έργο της τριβής ολίσθησης, από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι να σταματήσει το σώμα να κινείται.

*Μονάδες 7*

6. 11634 / Δ



Ένα σώμα μάζας 1 kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , στο σώμα αρχίζουν να ασκούνται δυνάμεις. Η συνισταμένη αυτών των δυνάμεων έχει οριζόντια διεύθυνση και η τιμή της μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα.

Δ1) Να χαρακτηρίσετε τα είδη των κινήσεων που εκτελεί το σώμα, στα χρονικά διαστήματα:

$$0 \rightarrow 5 \text{ s}, \quad 5 \rightarrow 10 \text{ s} \quad \text{και} \quad 10 \rightarrow 15 \text{ s}.$$

**Μονάδες 5**

Δ2) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$

**Μονάδες 6**

Δ3) Να υπολογίσετε το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_2 = 10 \text{ s}$ .

**Μονάδες 7**

Δ4) Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης δύναμης από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_3 = 15 \text{ s}$ .

**Μονάδες 7**

## 7. [11638 / Δ](#)

Ένα αυτοκίνητο μάζας 1000 kg κινείται αρχικά σε ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου ίσου με 10 m/s. Ο οδηγός του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , πατώντας το γκάζι προσδίδει στο αυτοκίνητο σταθερή επιτάχυνση και τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10$  s, το μέτρο της ταχύτητα του αυτοκινήτου έχει διπλασιαστεί.

Να υπολογίσετε:

**Δ1)** τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του αυτοκινήτου στο παραπάνω χρονικό διάστημα των 10 s,

**Μονάδες 6**

**Δ2)** το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που επιτάχυνε το αυτοκίνητο,

**Μονάδες 6**

**Δ3)** τη μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s έως τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10$  s,

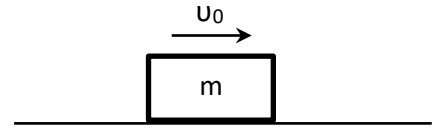
**Μονάδες 8**

**Δ4)** το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που έπρεπε να ασκείται στο αυτοκίνητο ώστε να διπλασιαστεί πάλι η αρχική του ταχύτητα, διανύοντας όμως τη μισή μετατόπιση από ότι στη προηγούμενη περίπτωση.

**Μονάδες 5**

## 8. [11639 / Δ](#)

Μικρό σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  εκτοξεύεται με οριζόντια αρχική ταχύτητα  $v_0 = 20 \text{ m/s}$  σε οριζόντιο επίπεδο όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σώμα ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,5$ .

Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$

Να υπολογίσετε:

**Δ1)** το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα,

**Μονάδες 5**

**Δ2)** το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ ,

**Μονάδες 5**

**Δ3)** τη μετατόπιση του σώματος στο τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησής του,

**Μονάδες 8**

**Δ4)** το συνολικό έργο της τριβής ολίσθησης, από τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης, μέχρι τη στιγμή που θα σταματήσει το σώμα να κινείται.

**Μονάδες 7**



## 9. 11640 / Δ

Μικρό σώμα μάζας  $m = 5 \text{ kg}$  βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του οριζόντιου επιπέδου είναι  $\mu = 0,4$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  ασκείται στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  μέτρου ίσο με  $50 \text{ N}$  με την επίδραση της οποίας το σώμα αρχίζει να κινείται στο οριζόντιο επίπεδο.

Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m / s}^2$

Να υπολογίσετε:

**Δ1)** το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα

**Μονάδες 7**

**Δ2)** την κινητική ενέργεια του σώματος την χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ ,

**Μονάδες 6**

**Δ3)** το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ ,

**Μονάδες 8**

**Δ4)** τη μέση ισχύ που προσφέρθηκε στο σώμα, μέσω της δύναμης  $\vec{F}$ , στη χρονική διάρκεια από την  $t_0 = 0$  μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ .

**Μονάδες 5**

## 10. [11644 / Δ](#)

Στο δάπεδο του διαδρόμου του σχολείου βρίσκεται ακίνητο ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας  $m = 20 \text{ kg}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ο Γιάννης αρχίζει να σπρώχνει το κιβώτιο ασκώντας σε αυτό οριζόντια σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  μέτρου  $50 \text{ N}$ . Την χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  η ταχύτητα του κιβωτίου έχει μέτρο,  $v = 2 \text{ m/s}$  και ο Γιάννης σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο. Στη συνέχεια το κιβώτιο κινείται για λίγο ακόμη πάνω στο δάπεδο και τέλος σταματά.. Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Να υπολογίσετε:

**Δ1)** την επιτάχυνση του κιβωτίου στη χρονική διάρκεια που ο Γιάννης έσπρωχνε το κιβώτιο,

**Μονάδες 5**

**Δ2)** το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου,

**Μονάδες 7**

**Δ3)** την ενέργεια που προσφέρθηκε από το Γιάννη στο κιβώτιο, μέσω του έργου της δύναμης  $\vec{F}$ .

**Μονάδες 6**

**Δ4)** το συνολικό διάστημα που διάνυσε το κιβώτιο πάνω στο δάπεδο, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι να σταματήσει.

**Μονάδες 7**

## 11. [11646 / Δ](#)

Από ένα στρατιωτικό ελικόπτερο, που για λίγο αιωρείται ακίνητο σε κάποιο ύψος πάνω από ένα φυλάκιο, αφήνεται ένα δέμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  για να το παραλάβουν οι στρατιώτες του φυλακίου. Το δέμα πέφτει κατακόρυφα και διέρχεται από ένα σημείο (Α) της τροχιάς του με ταχύτητα μέτρου  $10 \text{ m/s}$  και από ένα άλλο σημείο (Β) με ταχύτητα μέτρου  $20 \text{ m/s}$ . Το σημείο (Β) βρίσκεται πιο κοντά στο έδαφος και απέχει από το σημείο (Α), απόσταση  $30 \text{ m}$ . Ο αέρας ασκεί δύναμη  $\vec{F}$  στο δέμα η οποία έχει την ίδια διεύθυνση αλλά αντίθετη φορά από την ταχύτητα του δέματος. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**Δ1)** Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του κιβωτίου μεταξύ των θέσεων Α και Β.

*Μονάδες 6*

**Δ2)** Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  κατά τη διαδρομή του δέματος από το Α ως το Β.

*Μονάδες 7*

Αν με τα παραπάνω δεδομένα, υποθέσουμε για λόγους απλότητας ότι η δύναμη  $\vec{F}$  είναι σταθερή, να υπολογίσετε:

**Δ3)** το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .

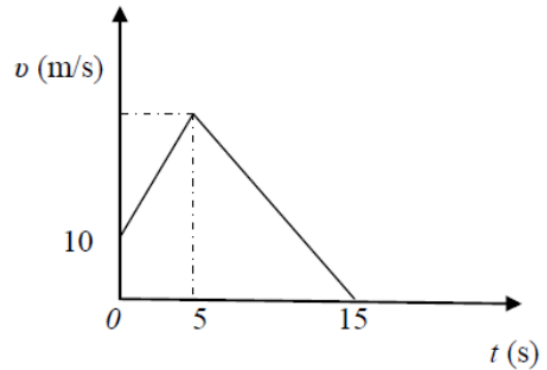
*Μονάδες 6*

**Δ4)** το χρόνο κίνησης του δέματος μεταξύ των σημείων Α και Β.

*Μονάδες 6*

## 12. [11649 / Δ](#)

Ένα κιβώτιο μάζας  $m = 20 \text{ kg}$  κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δάπεδο. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο. Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης στα 5 πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησης του κιβωτίου είναι  $\Sigma F = 40 \text{ N}$ .



**Δ1)** Να χαρακτηρίσετε τα είδη των κινήσεων που εκτελεί το κιβώτιο στις χρονικές διάρκειες 0 έως 5 s και 5 s έως 15 s.

**Μονάδες 5**

Να υπολογίσετε:

**Δ2)** το μέτρο της επιτάχυνσης και της μετατόπισης του κιβωτίου, στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow 5 \text{ s}$ ,

**Μονάδες 7**

**Δ3)** τη μέση ταχύτητα του κιβωτίου στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow 15 \text{ s}$ ,

**Μονάδες 6**

**Δ4)** το έργο της συνισταμένης δύναμης στη χρονική διάρκεια  $5 \text{ s} \rightarrow 15 \text{ s}$ .

**Μονάδες 7**

### 13. [11652 / Δ](#)

Ένα κιβώτιο μάζας 5 kg είναι αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , ασκείται στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F_1 = 20 \text{ N}$  με αποτέλεσμα το κιβώτιο να επιταχύνεται. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$ , αρχίζει να ασκείται στο κιβώτιο και άλλη σταθερή δύναμη  $\vec{F}_2$ , με φορά αντίθετη από αυτήν που είχε η  $\vec{F}_1$ , οπότε η ταχύτητα του κιβωτίου μηδενίζεται τη στιγμή  $t_2 = 9 \text{ s}$ .

**Δ1)** Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$ .

*Μονάδες 6*

**Δ2)** Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κιβωτίου κατά την διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης, καθώς και το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}_2$ .

*Μονάδες 8*

**Δ3)** Να παραστήσετε γραφικά το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου, σε συνάρτηση με το χρόνο σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων, για το χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 9 \text{ s}$  και να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του κιβωτίου στο ίδιο χρονικό διάστημα.

*Μονάδες 6*

**Δ4)** Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}_2$  στο χρονικό διάστημα  $5 \text{ s} \rightarrow 9 \text{ s}$ .

*Μονάδες 5*

## 14. [11656 / Δ](#)

Σε ένα κιβώτιο μάζας  $m = 10 \text{ kg}$ , το οποίο αρχικά ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο δάπεδο, αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  μέτρου  $60 \text{ N}$ . Η δύναμη παύει να ασκείται τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$ , κατά την οποία η ταχύτητα του κιβωτίου είναι  $v_1 = 20 \text{ m/s}$ . Στη συνέχεια το κιβώτιο ολισθαίνει στο δάπεδο μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

**Δ1)** την επιτάχυνση του κιβωτίου στο χρονικό διάστημα από  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως  $t_1 = 5 \text{ s}$ .

*Μονάδες 4*

**Δ2)** το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου.

*Μονάδες 7*

**Δ3)** το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  στο χρονικό διάστημα από  $t_0 = 0$  έως  $t_1 = 5 \text{ s}$ .

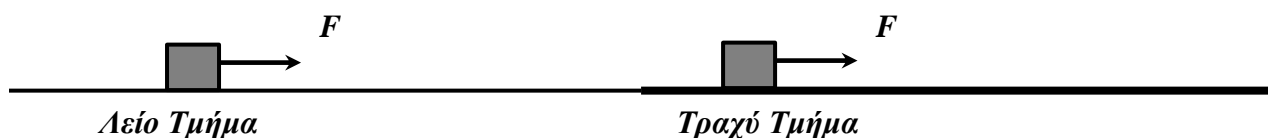
*Μονάδες 7*

**Δ4)** τη συνολική μετατόπιση του κιβωτίου πάνω στο δάπεδο.

*Μονάδες 7*

## 15. [11660 / Δ](#)

Κιβώτιο μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο δρόμο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$ , ασκείται στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $\vec{F} = 4 \text{ N}$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Να υπολογίσετε:

**Δ1)** το διάστημα που διανύει το κιβώτιο από τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$ .

**Μονάδες 7**

Τη χρονική στιγμή  $t_1$  και χωρίς να καταργηθεί η δύναμη  $\vec{F}$ , το κιβώτιο εισέρχεται με την ταχύτητα που έχει εκείνη τη στιγμή σε ένα τραχύ τμήμα του δρόμου με το οποίο εμφανίζει τριβή ολίσθησης, με αποτέλεσμα να κινείται τώρα ευθύγραμμα και ομαλά.

Να υπολογίσετε:

**Δ2)** το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δρόμου,

**Μονάδες 8**

**Δ3)** το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  καθώς κατά τη διάρκεια του 7<sup>ου</sup> δευτερολέπτου της κίνησης του κιβωτίου.

**Μονάδες 5**

**Δ4)** τη θερμότητα που μεταφέρεται κατά τη διάρκεια του 7<sup>ου</sup> δευτερολέπτου της κίνησης του κιβωτίου.

**Μονάδες 5**

## 16. [11661 / Δ](#)

Σώμα μάζας  $5 \text{ kg}$  βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$  στο σώμα ασκούνται δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$ , οι διευθύνσεις των οποίων είναι

κάθετες μεταξύ τους, και τα μέτρα τους συνδέονται με τη σχέση  $F_1 = \frac{3}{4} F_2$ . Το σώμα αρχίζει να

κινείται πάνω στο οριζόντιο δάπεδο και τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$ , το μέτρο της ταχύτητας του ισούται με  $8 \text{ m/s}$ .

Να υπολογίσετε:

**Δ1)** το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$

*Μονάδες 8*

**Δ2)** τα μέτρα των δυνάμεων  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$

*Μονάδες 5*

**Δ3)** την κινητική ενέργεια του σώματος, τη χρονική στιγμή που η μετατόπιση του είναι  $\Delta x = 4 \text{ m}$ , από το σημείο που ξεκίνησε.

*Μονάδες 6*

**Δ4)** το έργο της δύναμης  $\vec{F}_1$  από τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$ .

*Μονάδες 6*

## 17. [11664 / Δ](#)

Μικρό σώμα μάζας  $m = 400 \text{ g}$  βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,25$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$  ασκείται στο σώμα οριζόντια σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  μέτρου ίσου με  $5 \text{ N}$ , μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$ , όπου καταργείται.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Για το χρονικό διάστημα που ασκείται η δύναμη:





**Δ1)** να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα.

**Μονάδες 7**

**Δ2)** να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου ( $v-t$ ).

**Μονάδες 5**

**Δ3)** να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}$ .

**Μονάδες 6**

**Δ4)** να υπολογίσετε το μέσο ρυθμό με τον οποίο η προσφερόμενη στο σώμα ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική.

**Μονάδες 7**

**18.** [11668 / Δ](#)

Ένα αυτοκίνητο μάζας 1000 Kg κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα μέτρου  $v = 72 \frac{Km}{h}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s ο οδηγός φρενάρει οπότε το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιβράδυνση και ακινητοποιείται τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4$  s.

Να υπολογίσετε

**Δ1)** την επιβράδυνση του αυτοκινήτου.

*Μονάδες 6*

**Δ2)** την κινητική ενέργεια του αυτοκινήτου την χρονική στιγμή  $t = 2$  s.

*Μονάδες 6*

**Δ3)** τη δύναμη που επιβραδύνει το αυτοκίνητο.

*Μονάδες 6*

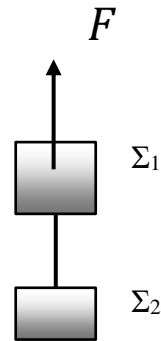
**Δ4)** Αν  $S$  είναι το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο μέχρι να σταματήσει όταν έχει αρχική ταχύτητα  $v = 72 \frac{Km}{h}$  και  $S'$  το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο μέχρι να σταματήσει αν είχε αρχική ταχύτητα  $v' = 36 \frac{Km}{h}$  να αποδείξετε ότι  $S = 4S'$ .

Να θεωρήσετε ότι η δύναμη που επιβραδύνει το αυτοκίνητο είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις.

*Μονάδες 7*

## 19. [11669 / Δ](#)

Τα σώματα του σχήματος  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  έχουν μάζες  $m_1 = 4 \text{ kg}$  και  $m_2 = 2 \text{ kg}$  αντίστοιχα και συνδέονται με αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στο  $\Sigma_1$  ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη με μέτρο  $F = 90 \text{ N}$  και το σύστημα των σωμάτων, τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , αρχίζει να ανεβαίνει κατακόρυφα, με το νήμα τεντωμένο. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα..



**Δ1)** Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα και να εφαρμόσετε για το καθένα το 2ο νόμο του Newton.

*Μονάδες 6*

**Δ2)** Να υπολογίσετε την επιτάχυνση των σωμάτων.

*Μονάδες 6*

**Δ3)** Να υπολογίσετε το συνολικό έργο των βαρών των σωμάτων όταν αυτά έχουν ανυψωθεί κατά  $h = 10 \text{ m}$  πάνω από την αρχική τους θέση.

*Μονάδες 7*

**Δ4)** Να υπολογίσετε τη συνολική κινητική ενέργεια των σωμάτων όταν αυτά έχουν ανυψωθεί κατά  $h = 10 \text{ m}$  πάνω από την αρχική τους θέση.

*Μονάδες 6*

## 20. [11670 / Δ](#)

Μικρός μεταλλικός κύβος, αφήνεται τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , από ύψος  $h = 30$  m πάνω από το έδαφος ενώ ταυτόχρονα αρχίζει να ασκείται στον κύβο σταθερή κατακόρυφη δύναμη  $\vec{F}$ , με μέτρο 20 N και κατεύθυνση προς το έδαφος. Ο κύβος φθάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2$  s.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας στη διάρκεια της κίνησης είναι σταθερή και ίση με  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ . Θεωρήστε ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος, καθώς και την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

Δ1) την επιτάχυνση του κύβου,

*Μονάδες 6*

Δ2) τη μάζα του κύβου,

*Μονάδες 6*

Δ3) την κινητική ενέργεια του κύβου τη χρονική στιγμή που φθάνει στο έδαφος,

*Μονάδες 6*

Δ4) το λόγο της κινητικής ενέργειας  $K$  προς τη βαρυτική δυναμική ενέργεια  $U$  του κύβου τη χρονική στιγμή που απέχει 18 m από το έδαφος.

*Μονάδες 7*

## 21. [11671 / Δ](#)

Κιβώτιο μάζας  $40 \text{ kg}$  είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  αρχίζει να ασκείται στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου,  $F_1 = 80 \text{ N}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_1$ , όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά  $\Delta x_1 = 16 \text{ m}$ , η δύναμη  $\vec{F}_1$  καταργείται και ταυτόχρονα αρχίζει να ασκείται πάνω στο σώμα δύναμη  $\vec{F}_2$ , αντίρροπη της  $\vec{F}_1$ , με μέτρο  $F_2 = 10 \text{ N}$  που έχει ως αποτέλεσμα το κιβώτιο να σταματήσει τη χρονική στιγμή  $t_2$ .

**Δ1)** Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κιβωτίου όταν έχει μετατοπιστεί κατά  $\Delta x_1 = 16 \text{ m}$  από την αρχική του θέση.

*Μονάδες 6*

**Δ2)** Να παραστήσετε γραφικά το μέτρο της ταχύτητας, σε συνάρτηση με το χρόνο σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων για όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησης.

*Μονάδες 8*

**Δ3)** Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του κιβωτίου στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow t_2$ .

*Μονάδες 6*

**Δ4)** Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}_2$  στη χρονική διάρκεια  $t_1 \rightarrow t_2$ .

*Μονάδες 5*

22. [11676 / Δ](#)

Κύβος μάζας  $m$  είναι αρχικά ακίνητος σε οριζόντιο δάπεδο. Στον κύβο ασκείται οριζόντια σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  οπότε αυτός αρχίζει να κινείται στο οριζόντιο δάπεδο. Κατά τη κίνηση του κύβου ασκείται σε αυτόν τριβή μέτρου  $T = 6 \text{ N}$ , ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Μετά από μετατόπιση κατά  $\Delta x = 4 \text{ m}$  στο οριζόντιο δάπεδο ο κύβος κινείται με ταχύτητα μέτρου  $v = 4 \text{ m/s}$ . Το έργο της  $\vec{F}$  στην παραπάνω μετατόπιση είναι  $W_F = 32 \text{ J}$ .



Να υπολογίσετε:

Δ1) το έργο της τριβής στη παραπάνω μετατόπιση,

*Μονάδες 6*

Δ2) το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ ,

*Μονάδες 6*

Δ3) τη μάζα του κύβου,

*Μονάδες 7*

Δ4) το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκηθεί στον κύβο ώστε να αποκτήσει κινητική ενέργεια  $K = 18 \text{ J}$  σε χρονικό διάστημα  $2 \text{ s}$  αν γνωρίζετε ότι αυτός βρίσκεται αρχικά ακίνητος σε λείο οριζόντιο δάπεδο.

*Μονάδες 6*

### 23. [11684 / Δ](#)

Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας  $m = 50 \text{ kg}$  βρίσκεται ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$ , κατά την οποία το κιβώτιο βρίσκεται στη θέση  $x = 0 \text{ m}$  του οριζόντιου προσανατολισμένου άξονα  $Ox$ , αρχίζει να ασκείται σε αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  με μέτρο  $150 \text{ N}$ . Αφού το κιβώτιο μετατοπιστεί κατά  $\Delta x_1 = 20 \text{ m}$  καταργείται ακαριαία η δύναμη  $\vec{F}$ . Στη συνέχεια το κιβώτιο κινείται ακόμα κατά  $\Delta x_2 = 10 \text{ m}$  και σταματά. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

**Δ1)** Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  για την μετατόπιση  $\Delta x_1 = 20 \text{ m}$ .

**Μονάδες 5**

**Δ2)** Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου.

**Μονάδες 8**

**Δ3)** Την τιμή της επιτάχυνσης του κιβωτίου στη διάρκεια της μετατόπισής του κατά  $\Delta x_2 = 10 \text{ m}$ .

**Μονάδες 6**

**Δ4)** Την κινητική ενέργεια του κιβωτίου την στιγμή που καταργείται η δύναμη  $\vec{F}$ .

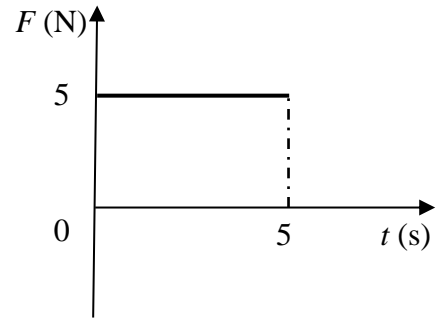
**Μονάδες 6**

### 24. [11688 / Δ](#)

Μικρό σώμα μάζας  $m = 400 \text{ g}$  βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και δαπέδου είναι  $\mu = 0,25$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  στο

σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  σταθερής τιμής με τον χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.



Να υπολογίσετε:

**Δ1)** Το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1 = 3 \text{ s}$ .

**Μονάδες 8**

**Δ2)** Τη μετατόπιση του σώματος στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow 5 \text{ s}$ .

**Μονάδες 5**

**Δ3)** Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow 5 \text{ s}$ .

**Μονάδες 5**

**Δ4)** Την κινητική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1 = 3 \text{ s}$ .

**Μονάδες 7**



25. [11693 / Δ](#)

Ένας γερανός κατεβάζει κατακόρυφα ένα αρχικά ακίνητο δέμα που βρισκόταν σε ύψος 20 m από την επιφάνεια του εδάφους και έχει μάζα 50 kg, με σταθερή επιτάχυνση μέτρου  $\alpha = 1 \frac{m}{s^2}$ . Στο δέμα ασκείται δύναμη  $\vec{F}$  από το συρματόσχοινο με το οποίο είναι δεμένο όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, ενώ η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με  $g = 10 \frac{m}{s^2}$

να υπολογίσετε:

Δ1) Το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .

**Μονάδες 6**

Δ2) Το μέτρο της ταχύτητας του δέματος όταν έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά 2 m από την αρχική του θέση.

**Μονάδες 7**

Δ3) Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  και το έργο του βάρους, όταν το δέμα έχει μετατοπιστεί κατά 8 m.

**Μονάδες 6**

Δ4) Τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του δέματος όταν έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά 2 m από τη αρχική του θέση.

**Μονάδες 6**

26. [11694 / Δ](#)

Ένας γερανός ανεβάζει κατακόρυφα ένα αρχικά ακίνητο κιβώτιο που βρισκόταν στην επιφάνεια του εδάφους και έχει μάζα 100 kg, με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha = 2 \frac{m}{s^2}$ . Στο κιβώτιο ασκείται δύναμη  $\vec{F}$  από το συρματόσχοινο με το οποίο είναι δεμένο όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, ενώ η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  να υπολογίσετε:

Δ1) Το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .

**Μονάδες 6**

Δ2) Το χρόνο κίνησης του κιβωτίου όταν έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά 16 m. Θεωρήστε ως  $t = 0$  s τη στιγμή που ξεκινά να ασκείται η  $\vec{F}$  και το κιβώτιο εγκαταλείπει το έδαφος.

**Μονάδες 5**

Δ3) Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  καθώς και το έργο του βάρους, όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά 8 m.

**Μονάδες 7**

Δ4) Το λόγο  $\frac{K_1}{K_2}$ , αν  $K_1$  και  $K_2$  είναι οι κινητικές ενέργειες του κιβωτίου σε ύψη 4 m και 9 m από το έδαφος αντιστοίχως.

**Μονάδες 7**

## 27. [11695 / Δ](#)

Σε κιβώτιο μάζας  $m = 10 \text{ kg}$ , το οποίο αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, αρχίζει την στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}_1$  μέτρου  $20 \text{ N}$ .

**Δ1)** Να υπολογισθεί το διάστημα που θα διανύσει το κιβώτιο από  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως  $t_1 = 10 \text{ s}$ .

**Μονάδες 6**

**Δ2)** Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης  $\vec{F}_1$  στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

**Μονάδες 6**

Έστω ότι την στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  εκτός από τη δύναμη  $\vec{F}_1$  ασκείται στο κιβώτιο και μια δεύτερη δύναμη  $\vec{F}_2$  ίση με την  $\vec{F}_1$ , δηλαδή οι δυνάμεις έχουν ίδιο μέτρο και κατεύθυνση.

**Δ3)** Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του κιβωτίου όταν ασκούνται σε αυτό ταυτόχρονα και οι δύο δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$ .

**Μονάδες 5**

**Δ4)** Να υπολογίσετε πάλι το έργο της δύναμης  $\vec{F}_1$  από  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως  $t_1 = 10 \text{ s}$  όταν ασκούνται ταυτόχρονα και οι δύο δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$ . Να συγκρίνετε αυτό το έργο με το έργο που υπολογίσατε στο ερώτημα Δ2.

**Μονάδες 8**

## 28. [11696 / Δ](#)

Σε κιβώτιο μάζας  $m = 10 \text{ kg}$ , το οποίο αρχικά ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο δάπεδο, αρχίζει την στιγμή  $t_0 = 0$  να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  μέτρου  $30 \text{ N}$ , οπότε το κιβώτιο ξεκινά να ολισθαίνει πάνω στο δάπεδο.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου είναι  $\mu=0,2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**Δ1)** Να υπολογισθεί το μέτρο της τριβής που ασκείται στο κιβώτιο κατά την ολίσθησή του καθώς και η επιτάχυνσή του.

**Μονάδες 6**

**Δ2)** Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  από  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως  $t_1 = 4 \text{ s}$ .

**Μονάδες 6**

**Δ3)** Να υπολογισθεί στο παραπάνω χρονικό διάστημα η ενέργεια που μεταφέρθηκε από το κιβώτιο στο περιβάλλον του μέσω του έργου της τριβής.

**Μονάδες 6**

**Δ4)** Αν το δάπεδο ήταν λείο, πόσο θα ήταν το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  για το ίδιο χρονικό διάστημα δηλαδή από  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως  $t_1 = 4 \text{ s}$ .

Να συγκρίνετε αυτό το έργο με το έργο που υπολογίσατε στο ερώτημα Δ2.

**Μονάδες 7**

## 29. [11697 / Δ](#)

Ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας  $m = 50 \text{ kg}$  είναι ακίνητο πάνω στο δάπεδο του διαδρόμου ενός σχολείου. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  δύο μαθητές, ο Πάνος και η Μαρία αρχίζουν να σπρώχνουν μαζί το κιβώτιο. Οι δυνάμεις που ασκούν οι μαθητές στο κιβώτιο είναι σταθερές οριζόντιες και ίδιας κατεύθυνσης. Η δύναμη που ασκεί ο Πάνος έχει μέτρο  $F_{\text{Π}} = 200 \text{ N}$  και η δύναμη που ασκεί η Μαρία έχει μέτρο  $F_{\text{Μ}} = 50 \text{ N}$ . Την χρονική στιγμή  $t_1$ , μέχρι την οποία το κιβώτιο έχει ολισθήσει  $2 \text{ m}$  πάνω στο δάπεδο, η Μαρία σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο, ενώ ο Πάνος συνεχίζει να το σπρώχνει.

Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου  $\mu = 0,4$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**Δ1)** Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου.

*Μονάδες 6*

**Δ2)** Να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή  $t_1$  κατά την οποία η Μαρία σταμάτησε να σπρώχνει το κιβώτιο.

*Μονάδες 6*

**Δ3)** Να γίνει σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του κιβωτίου συναρτήσει του χρόνου από  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως  $t_2 = 4 \text{ s}$ .

*Μονάδες 7*

**Δ4)** Να υπολογιστεί η ενέργεια που πρόσφερε ο Πάνος στο κιβώτιο, μέσω του έργου της δύναμης που του άσκησε, από την χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως την στιγμή  $t_1$ , καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο ο Πάνος προσφέρει ενέργεια στο κιβώτιο όταν πλέον το σπρώχνει μόνος του.

*Μονάδες 6*

### 30. [11699 / Δ](#)

Μαθητής σπρώχνει ένα κιβώτιο με βιβλία μάζας  $m_1 = 50 \text{ kg}$  ασκώντας σε αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  μέτρου  $200 \text{ N}$ . Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα πάνω στο δάπεδο του διαδρόμου του σχολείου του. Κατόπιν ο μαθητής αφαιρεί βιβλία και η μάζα του κιβωτίου γίνεται πλέον  $m_2 = 40 \text{ kg}$ . Στη συνέχεια αρχίζει πάλι να σπρώχνει το κιβώτιο ξεκινώντας από την ηρεμία και ασκώντας πάλι την ίδια σταθερή δύναμη  $\vec{F}$ .

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**Δ1)** Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής που ασκείται στο κιβώτιο μάζας  $m_1 = 50 \text{ kg}$ , καθώς και τον συντελεστή τριβής μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου.

**Μονάδες 6**

Για τα πρώτα δύο δευτερόλεπτα της κίνησης του κιβωτίου μάζας  $m_2 = 40 \text{ kg}$ , να υπολογίσετε:

**Δ2)** το μέτρο της τριβής μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου καθώς και το διάστημα που διανύει το κιβώτιο.

**Μονάδες 7**

**Δ3)** το έργο της τριβής.

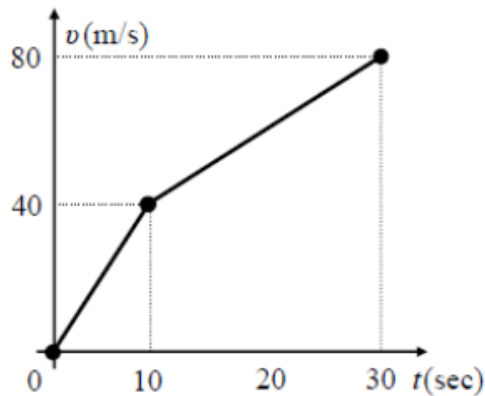
**Μονάδες 6**

**Δ4)** την ενέργεια που πρόσφερε ο μαθητής στο κιβώτιο και το ποσό αυτής που έγινε κινητική ενέργεια.

**Μονάδες 6**

### 31. [11702 / Δ](#)

Ένα σώμα μάζας 20 Kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 s- 30 s φαίνεται στο σχήμα.



**Δ1)** Να υπολογιστεί η συνολική μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα 0 s - 30 s.

**Μονάδες 6**

**Δ2)** Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Χρονικό διάστημα (s)	Συνισταμένη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)
0-10	
10-30	

**Μονάδες 6**

**Δ3)** Να υπολογιστεί το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης τα χρονικά διαστήματα 0 s - 10 s, και 10 s - 30 s.

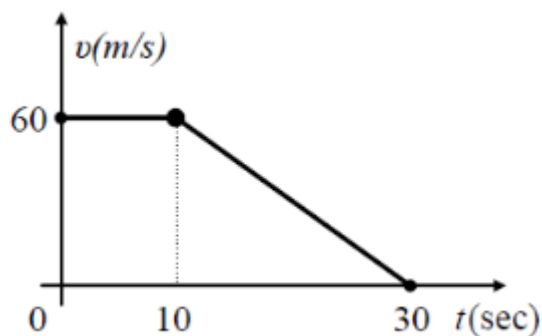
**Μονάδες 6**

**Δ4)** Με βάση τα αποτελέσματα του ερωτήματος (Δ3) να επαληθεύσετε το «Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου».

**Μονάδες 7**

### 32. [11703 / Δ](#)

Ένα σώμα μάζας 2 Kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 s - 30 s φαίνεται στο σχήμα.



**Δ1)** Να υπολογιστεί η συνολική μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα 0 s - 30 s.

**Μονάδες 6**

**Δ2)** Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Χρονικό διάστημα (s)	Συνισταμένη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)
0-10	
10-30	

**Μονάδες 6**

**Δ3)** Να υπολογιστεί το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης τα χρονικά διαστήματα 0 s - 10 s, και 10 s - 30 s.

**Μονάδες 6**

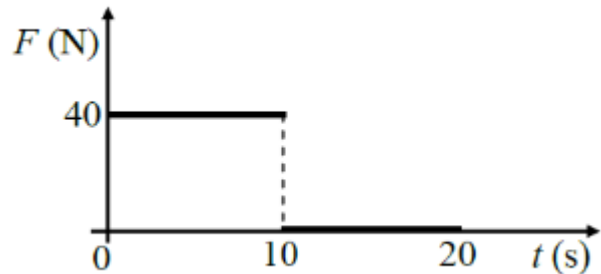
**Δ4)** Με βάση τα αποτελέσματα του ερωτήματος (Δ3) να επαληθεύσετε το «Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου».

**Μονάδες 7**



### 33. [11705 / Δ](#)

Μικρό σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και δαπέδου είναι  $\mu = 0,4$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  που η τιμή της μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα



**Δ1)** Να σχεδιάσετε σε αυστηρά βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου ( $a-t$ ) για το χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 20 \text{ sec}$ .

**Μονάδες 6**

**Δ2)** Να σχεδιάσετε σε αυστηρά βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου ( $u-t$ ) για το χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 20 \text{ sec}$ .

**Μονάδες 7**

**Δ3)** Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $F$  για το χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 10 \text{ sec}$ .

**Μονάδες 6**

**Δ4)** Να υπολογίσετε το έργο της τριβής για το χρονικό διάστημα  $10 \rightarrow 20 \text{ sec}$ .

**Μονάδες 6**

### 34. [11932 / Δ](#)



Το οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο της εικόνας παρουσιάζει την εξής ιδιομορφία: το τμήμα του AB, μήκους  $(AB) = 5 \text{ m}$  είναι λείο, ενώ το τμήμα του BΓ, έχει πολύ μεγάλο μήκος και είναι τραχύ. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  σημειακό αντικείμενο εκτοξεύεται από το σημείο A προς το σημείο Γ του δαπέδου με οριζόντια ταχύτητα  $\vec{v}_0$ , μέτρου  $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Η μάζα του σημειακού αντικειμένου είναι  $m = 1 \text{ kg}$  και η γήινη βαρυτική επιτάχυνση  $\vec{g}$  θεωρείται σταθερή, με μέτρο  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο σημειακό αντικείμενο και στο τραχύ τμήμα BΓ του δαπέδου είναι  $\mu_{ολ.} = 0,5$ .

**Δ1.** Να υπολογίσετε:

**Δ1.1.** Τη χρονική διάρκεια ( $\Delta t_1$ ) της κίνησης του σημειακού αντικειμένου στο λείο τμήμα AB του δαπέδου.

**Μονάδες 4**

**Δ1.2.** Τη χρονική διάρκεια ( $\Delta t_2$ ) της κίνησης του σημειακού αντικειμένου στο τραχύ τμήμα BΓ του δαπέδου.

**Μονάδες 9**

**Δ1.3.** Το μέτρο της συνολικής μετατόπισης ( $\Delta x$ ) του σημειακού αντικειμένου στη χρονική διάρκεια  $\Delta t_1 + \Delta t_2$ .

**Μονάδες 4**

**Δ1.4.** Το συνολικό έργο της τριβής ολίσθησης ( $W_{\vec{T}_{ολ.}}$ ) που δέχεται το σημειακό αντικείμενο.

**Μονάδες 4**

**Δ2.** Να χαράξετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $v = f(t)$  [μέτρο ταχύτητας – χρόνου] και  $x = g(t)$  [θέσης – χρόνου] για το σύνολο της κίνησης του σημειακού αντικειμένου, θεωρώντας  $x_A = 0$ .

**Μονάδες 4**

35. [11933 / Δ](#)

Σώμα (αμελητέων διαστάσεων) μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  κινείται σε οριζόντιο δρόμο με τον οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu_{ολ}$ . Η χαρτοταινία στην οποία καταγράφεται η κίνησή του δίνεται στην Εικόνα 1:

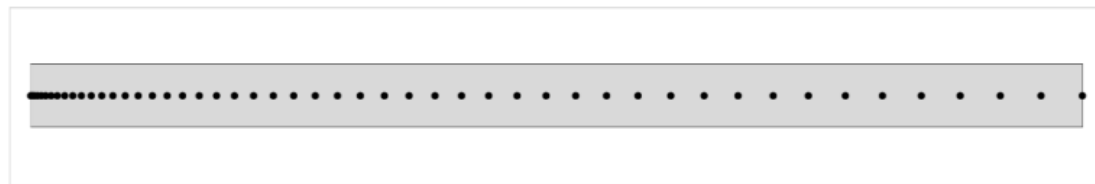


Εικόνα 1: Η χαρτοταινία στην οποία καταγράφεται η κίνηση του σώματος (Δ1).

**Δ.1.** Αν το σώμα, κατά τη διάρκεια της κίνησής του, δέχεται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F_1 = 5 \text{ N}$ , να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu_{ολ}$  σώματος - δρόμου.

**Μονάδες 5**

Το ίδιο σώμα βρίσκεται ακίνητο στη θέση  $x = 0$  του ίδιου οριζόντιου δρόμου. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  στο σώμα ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F_2$  οπότε το σώμα αρχίζει να κινείται. Η χαρτοταινία στην οποία καταγράφεται η κίνησή του δίνεται τώρα στην Εικόνα 2:



Εικόνα 2: Η χαρτοταινία στην οποία καταγράφεται η κίνηση του σώματος (Δ2).

και η μετατόπισή του, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$  έχει μέτρο  $\Delta x_1 = 25 \text{ m}$ .

**Δ2.** Να υπολογίσετε:

**Δ.2.1.** το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}_2$ .

**Μονάδες 5**

**Δ.2.2.** το μέτρο της ταχύτητας  $\vec{v}_1$  του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$ .

**Μονάδες 5**

**Δ2.3.** την μέση ισχύ  $\underline{P}$  της δύναμης  $\vec{F}_2$  από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$ .

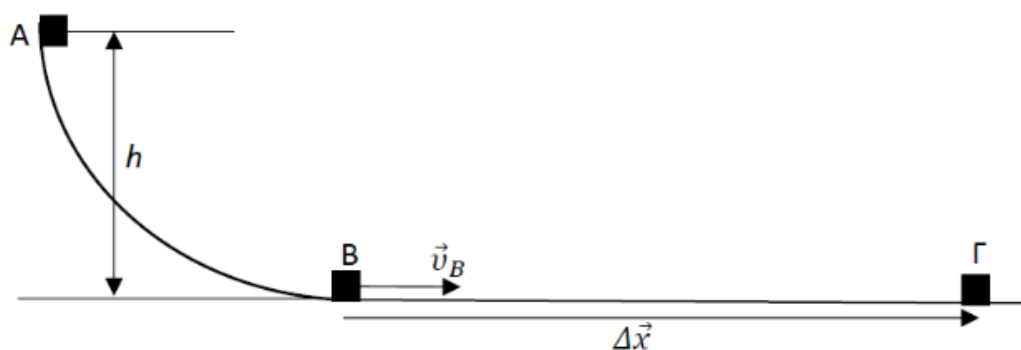
Μονάδες 5

Δ.2.4. την ισχύ  $P_1$  της δύναμης  $\vec{F}_2$  τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5$  s.

Μονάδες 5

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ .

### 36. [12992 / Δ](#)



Ο διάδρομος του σχήματος είναι ακλόνητος και πολύ μεγάλου μήκους. Το καμπυλόγραμμο τμήμα του AB είναι λείο, ενώ το ευθύγραμμο τμήμα του είναι τραχύ. Η υψομετρική διαφορά των σημείων A και B είναι  $h = 5$  m. Σώμα ελευθερώνεται από το σημείο A και κινείται μένοντας διαρκώς σε επαφή με τον διάδρομο. Το σώμα με το οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu_{ολ} = 0,5$ .

Δ1. Να υπολογίσετε:

Δ1.1. το μέτρο της ταχύτητας  $v_B$  του σώματος όταν διέρχεται από το σημείο B.

Μονάδες 6

Δ1.2. το μέτρο της μέγιστης μετατόπισης  $\Delta x$  του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου.

Μονάδες 6

Δ1.3. το χρονικό διάστημα της κίνησης του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου.

Μονάδες 6

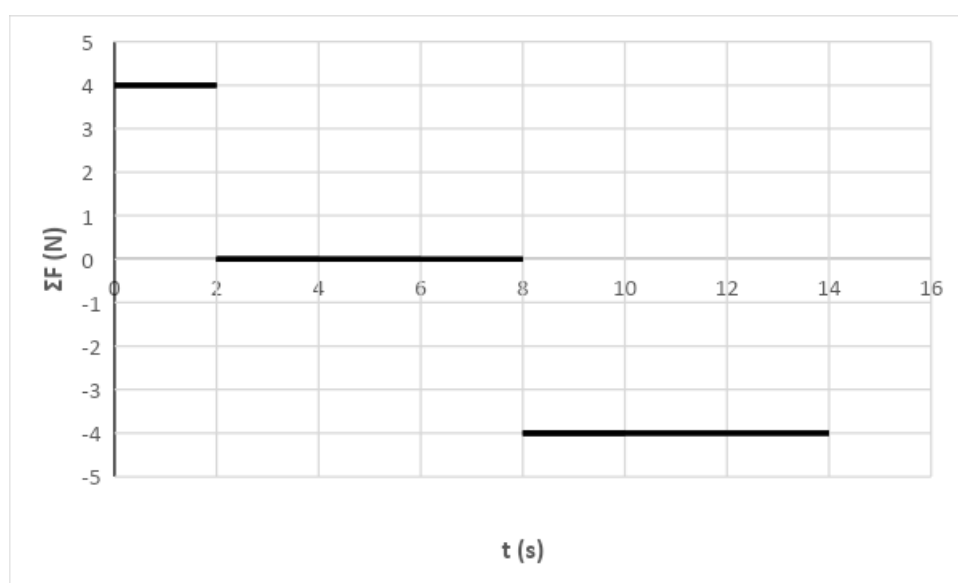
Δ2. Να συγκρίνετε τη μεταβολή της ταχύτητας του σώματος κατά την κίνησή του στο καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου με την αντίστοιχη στο ευθύγραμμο.

Μονάδες 7

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ .

### 37. [12993 / Δ](#)

Σημειακό αντικείμενο μάζας  $m = 1 \text{ Kg}$  είναι ακίνητο σε οριζόντιο, ακλόνητο, μεγάλου μήκους διάδρομο, στη θέση  $x_0 = 0$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , το σημειακό αντικείμενο δέχεται την επίδραση οριζόντιας συνισταμένης δύναμης, που μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί:



**Δ1.** Να υπολογίσετε:

**Δ1.1.** την ταχύτητα  $\vec{v}_1$  και τη θέση  $\vec{x}_1$  του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ .

**Μονάδες 4**

**Δ1.2.** την ταχύτητα  $\vec{v}_2$  και τη θέση  $\vec{x}_2$  του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_2 = 8 \text{ s}$ .

**Μονάδες 4**

**Δ1.3.** την ταχύτητα  $\vec{v}_3$  και τη θέση  $\vec{x}_3$  του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_3 = 14 \text{ s}$ .

**Μονάδες 4**

**Δ1.4.** την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_3 = 14 \text{ s}$ .

**Μονάδες 4**

**Δ1.5.** το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_3 = 14 \text{ s}$ .

**Δ2.** Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις:

**Δ2.1.** ταχύτητας - χρόνου ( $v - t$ ) και

**Μονάδες 4**

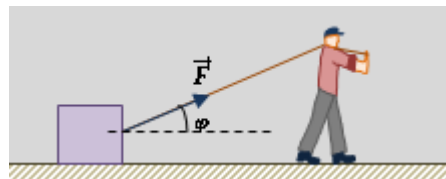
**Δ2.2.** Θέσης – χρόνου ( $x - t$ )

**Μονάδες 5**

από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_3 = 14$  s.

38. [13480 / Δ](#)

Ένας κύβος μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  είναι αρχικά ακίνητος πάνω σε οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, με το οποίο εμφανίζει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,5$ . Τη στιγμή  $t_0 = 0$  ασκούμε στον κύβο σταθερή δύναμη  $\vec{F}$ , μέτρου  $F = 20 \text{ N}$ , σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με την οριζόντια διεύθυνση όπως στο σχήμα. Για τη γωνία  $\varphi$  δίνονται  $\eta\mu\varphi = 0,6$ ,  $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ .



Η δύναμη  $\vec{F}$  καταργείται τη στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ .

**4.1.** Αν δίνεται ότι ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής κύβου-δαπέδου, είναι ίσος με τον αντίστοιχο συντελεστή τριβής ολίσθησης, να δείξετε ότι ο κύβος αρχίζει να κινείται τη στιγμή  $t_0 = 0$  και ότι δεν χάνει την επαφή του με το οριζόντιο δάπεδο.

**Μονάδες 6**

Να υπολογίσετε:

**4.2.** την ενέργεια που μεταφέρθηκε από τον άνθρωπο στον κύβο, μέσω του έργου της δύναμης  $\vec{F}$ , από τη στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη στιγμή που αυτή καταργήθηκε.

**Μονάδες 6**

**4.3.** το ποσοστό της ενέργειας που μεταφέρθηκε στον κύβο, το οποίο μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια εξαιτίας των τριβών, από τη στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη στιγμή που καταργήθηκε η δύναμη  $\vec{F}$

**Μονάδες 6**

**4.4.** τη συνολική μετατόπιση του κύβου πάνω στο δάπεδο, από τη στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι αυτός να σταματήσει.

**Μονάδες 7**

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και ότι δυνάμεις που οφείλονται στον ατμοσφαιρικό αέρα αγνοούνται.

### 39. [13481 / Δ](#)

Ένα κιβώτιο μάζας  $m = 50 \text{ kg}$ , είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , δύο παιδιά ο Πάνος και ο Μάριος, αρχίζουν να σπρώχνουν μαζί το κιβώτιο. Τα δύο παιδιά ασκούν στο κιβώτιο σταθερές, οριζόντιες και ομόρροπες δυνάμεις που συμβολίζονται ως



$\vec{F}_\Pi$  και  $\vec{F}_M$  αντίστοιχα. Η δύναμη που ασκεί ο Πάνος έχει μέτρο  $F_\Pi = 200 \text{ N}$  και η δύναμη που ασκεί ο Μάριος έχει μέτρο  $F_M = 50 \text{ N}$ . Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου είναι σταθερός και δίνεται  $\mu = 0,4$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_1$ , κατά την οποία το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά  $2 \text{ m}$  από την αρχική του θέση πάνω στο δάπεδο, ο Μάριος σταματά να σπρώχνει, ενώ ο Πάνος συνεχίζει.

**4.1.** Να κάνετε ένα απλό σκίτσο για να δείξετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, εφαρμόζοντάς τις στο κέντρο του. Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο.

**Μονάδες 6 (2+4)**

**4.2.** Να προσδιορίσετε την επιτάχυνση του κιβωτίου όταν το σπρώχνουν και τα δύο παιδιά μαζί και να βρείτε ποια είναι η στιγμή  $t_1$  κατά την οποία ο Μάριος σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο.

**Μονάδες 7 (3+4)**

**4.3.** Να γίνει σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη στιγμή  $t_2 = 4 \text{ s}$ , θεωρώντας ότι ο Πάνος εξακολουθεί να ασκεί τη σταθερή δύναμη  $\vec{F}_\Pi$  ως τότε.

**Μονάδες 6**

**4.4.** Να υπολογίσετε την ενέργεια που προσέφερε ο Μάριος στο κιβώτιο.

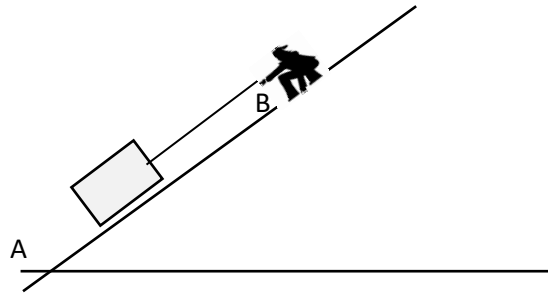
**Μονάδες 6**

Αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



## 40. [13579 / Δ](#)

Η αγαπημένη γυμναστική του Μιχάλη είναι να τραβάει και να μετακινεί κιβώτια σε κεκλιμένο επίπεδο. Ο Μιχάλης στέκεται ακίνητος στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος και μετακινεί ένα αρχικά ακίνητο κιβώτιο μέσω αβαρούς και μη εκτατού νήματος στο οποίο κατά την μετακίνηση



ασκεί δύναμη  $\vec{F}$  σταθερού μέτρου και ίδιας διεύθυνσης με αυτήν του επιπέδου. Το κεκλιμένο επίπεδο είναι γωνίας  $\varphi$  (δίνεται ότι  $\eta\mu\varphi = 0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ ) και η απόσταση που διανύει το κιβώτιο από τη βάση του επιπέδου (A) μέχρι το σημείο (B) είναι 10 m. Δίνεται ότι το κιβώτιο έχει μάζα 10 kg, η χρονική διάρκεια της μετακίνησης του από το σημείο (A) μέχρι το σημείο (B) είναι 10 s και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Αν το κεκλιμένο επίπεδο θεωρηθεί λείο:

**4.1)** Σχεδιάστε και υπολογίστε τα μέτρα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο σε ένα τυχαίο σημείο της διαδρομής (ανάμεσα στα A, B)

**4.2)** Υπολογίστε το έργο του βάρους για τη διαδρομή A-B.

**4.3)** Τι ταχύτητα θα έχει το κιβώτιο στη θέση B;

Στην πραγματικότητα όμως το κεκλιμένο επίπεδο δεν είναι λείο, οπότε στο κιβώτιο κατά την κίνηση του ασκείται και η τριβή ολίσθησης.

**4.4)** Αν η δύναμη της τριβής ολίσθησης είναι σταθερή σε όλη τη διάρκεια της κίνησης, για ποια τιμή του συντελεστή τριβής μεταξύ δαπέδου και κιβωτίου ο Μιχάλης χρειάζεται 50% περισσότερη ενέργεια (από την ενέργεια που χρειάστηκε για να μετακινήσει το ίδιο κιβώτιο σε λείο επίπεδο) για να μετατοπίσει το κιβώτιο στον ίδιο χρόνο από το σημείο A στο B;

(Μονάδες 7+5+6+7)

## 41. [13582 / Δ](#)

Σώμα μάζας  $m_A = 3 \text{ Kg}$  ολισθαίνει σε κατακόρυφο τοίχο με τον οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής  $\mu = \frac{1}{3}$ . Στο σώμα ασκείται σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  που το διάνυσμα της σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με τον κατακόρυφο

άξονα κίνησης (βλ. σχ.). Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι :  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ,  $\eta\mu\phi = 0,6$ ,  $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,8$ ,  $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \phi) = -0,8$ .

Να υπολογίσετε:

**4.1)** Το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  ώστε το σώμα να κινείται προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα.

**Μονάδες 6**

**4.2)** Το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  ώστε το σώμα να κινείται προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου  $2 \frac{m}{s^2}$ .

**Μονάδες 6**

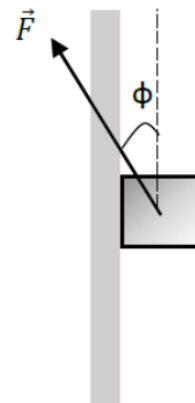
**4.3)** Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  και τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος για μετατόπιση  $5 m$ , αν το σώμα κινείται όπως περιγράφει το ερώτημα 4.2.

**Μονάδες 7**

Αν το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  μηδενιζόταν,

**4.4)** υπολογίστε τη μεταβολή της κινητικής και της μηχανικής ενέργειας του σώματος για μετατόπιση  $10 m$ .

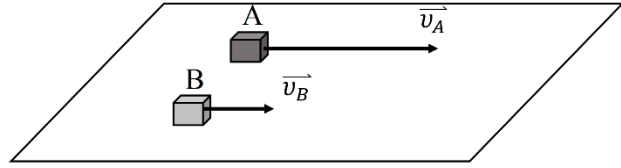
**Μονάδες 6**



## 42. [13583 / Δ](#)

Δύο κύβοι από διαφορετικά υλικά και με μάζες  $m_A = 2 \text{ Kg}$  και  $m_B = 8 \text{ Kg}$  ολισθαίνουν προς την ίδια κατεύθυνση, κινούμενοι παράλληλα, πάνω στο ίδιο (απείρου μήκους) επίπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  (θέση  $x_0 = 0$ ) βρίσκονται ο ένας δίπλα στον άλλο. Ο Α έχει ταχύτητα  $v_{A0} = 30 \text{ m/s}$  και ο Β έχει  $v_{B0} = 10 \text{ m/s}$ . Ο Α κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $a_A = 5 \text{ m/s}^2$ , που έχει φορά αντίθετη από την αρχική ταχύτητα του, ενώ ο σώμα Β κινείται με σταθερή ταχύτητα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι

$g = 10 \frac{m}{s^2}$ , ο συντελεστής τριβής μεταξύ  
δαπέδου και σωμάτων είναι  $\mu = 0,4$  και η  
αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Να  
υπολογίσετε:



**4.1)** Το μέτρο της συνολικής δύναμης που  
ασκείται σε κάθε σώμα.

**4.2)** Μετά από πόσο χρονικό διάστημα θα ξαναβρεθούν τα σώματα πάλι το ένα δίπλα στο άλλο (θέση  $x_1$ );

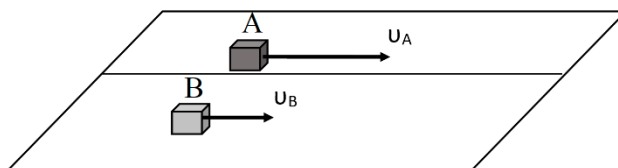
**4.3)** Ποιες δύο χρονικές στιγμές  $t_1, t_2$  τα σώματα θα έχουν την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα;

**4.4)** Το έργο της τριβής για το κάθε σώμα κατά το χρονικό διάστημα από  $t_0$  έως  $t_2$ .

**(Μονάδες 5+6+7+7)**

43. [13584 / Δ](#)

Δύο κύβοι από διαφορετικά υλικά και με μάζες  $m_A = 2 \text{ Kg}$  και  $m_B = 4 \text{ Kg}$  ολισθαίνουν προς την ίδια κατεύθυνση, κινούμενοι παράλληλα, πάνω σε ένα απείρου μήκους



επίπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  (θέση  $x_0 = 0$ ) βρίσκονται ο ένας δίπλα στον άλλο. Ο κύβος A έχει ταχύτητα  $u_{A0} = 20 \text{ m/s}$  και ο B έχει ταχύτητα  $u_{B0} = 10 \text{ m/s}$ . Και στους δύο ασκούνται κατάλληλες σταθερές δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  προς τη φορά της κίνησης τους, με αποτέλεσμα και οι δύο να κινούνται με σταθερή ταχύτητα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και κύβων είναι  $\mu_A = 0,4$  και  $\mu_B = 0,1$  αντίστοιχα, η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

**4.1)** Τις δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  που ασκούνται στους δύο κύβους.

Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  παύουν να ασκούνται οι δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$

**4.2)** Διερευνήστε αν οι δύο κύβοι σε κάποια επόμενη χρονική στιγμή θα έχουν ίσες ταχύτητες. Αν ναι σε ποια; αν όχι αιτιολογήστε την απάντησή σας.

**4.3)** Ποιο το έργο της τριβής ολίσθησης για κάθε κύβο μέχρι τη χρονική στιγμή που έχουν ίσες ταχύτητες; Μελετήστε τώρα την περίπτωση όπου τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  οι κύβοι δέχονται δυνάμεις  $F_1 = 8 \text{ N}$  και  $F_2 = 4 \text{ N}$  που έχουν κατεύθυνση αντίθετη από την αρχική ταχύτητα των κύβων. Οι δυνάμεις αυτές παραμένουν σταθερές για όλο το διάστημα της κίνησης των κύβων.

**4.4)** Υπάρχουν χρονικές στιγμές κατά τις οποίες οι κύβοι θα ξαναβρεθούν ο ένας δίπλα στον άλλο; Αν ναι ποιες είναι αυτές, αν όχι γιατί;

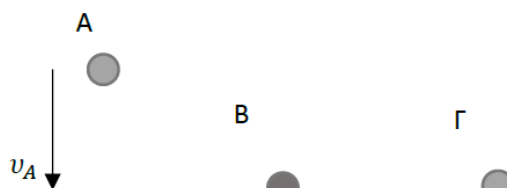
(Μονάδες 5+7+6+7)

#### 44. [13589 / Δ](#)

Τρεις σφαίρες πέφτουν κατακόρυφα προς το έδαφος. Η σφαίρα Α έχει μάζα  $m_A = 1 \text{ kg}$  και βάλλεται με αρχική ταχύτητα  $\vec{v}_A = 10 \text{ m/s}$  από ύψος  $h_A = 7,8 \text{ m}$ . Η Β έχει μάζα  $m_B = 3 \text{ kg}$  και αφήνεται να πέσει από ύψος  $h_B = 5 \text{ m}$  ενώ η Γ έχει  $m_\Gamma = 1 \text{ kg}$  και αφήνεται από ύψος  $h_\Gamma = h_B$  (όπως στο σχήμα).

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Δίνεται :  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



**4.1)** Και οι τρεις σφαίρες ξεκινούν την κίνηση τους

ταυτόχρονα, τη χρονική στιγμή  $t = 0$ . Ποια από τις τρεις σφαίρες θα φτάσει πρώτη στο έδαφος και σε πόσο χρόνο;

**4.2)** Θα βρεθούν οι τρεις σφαίρες στο ίδιο ύψος από το έδαφος την ίδια χρονική στιγμή; Ανά δύο ή και οι τρεις; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

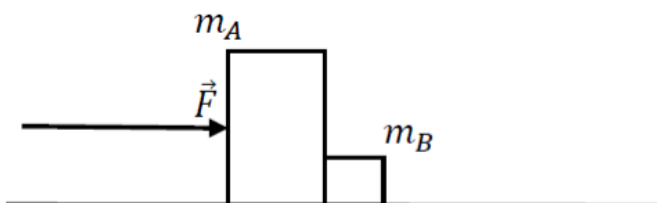
**4.3)** Να αιτιολογήσετε ποια από τις τρεις σφαίρες θα έχει τη μεγαλύτερη κινητική ενέργεια ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος και να υπολογίσετε την τιμή της.

**4.4)** Χρησιμοποιώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, αυτό του εδάφους, να συγκρίνετε τις μηχανικές ενέργειες των τριών σφαιρών.

**(Μονάδες 6+7+7+5)**

45. [13632 / Δ](#)

Δύο ομογενή σώματα A και B, με μάζες  $m_A = 4 \text{ kg}$  και  $m_B = 1 \text{ kg}$  αντίστοιχα, που είναι κατασκευασμένα από το ίδιο υλικό, είναι σε επαφή μεταξύ τους και ακίνητα πάνω σε ακλόνητο, τραχύ, οριζόντιο και ομογενές δάπεδο, όπως στην εικόνα. Τη χρονική στιγμή



$t_0 = 0$  ασκείται στο σώμα A σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ , που έχει μέτρο  $F = 20 \text{ N}$ . Ο συντελεστής οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής μεταξύ των σωμάτων και του δαπέδου είναι:  $\mu_{op} = 0,25$ , ενώ ο αντίστοιχος συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι:  $\mu_{ολ} = 0,2$ . Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο:  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

4.1. Να δείξετε ότι το σύστημα των σωμάτων A και B αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ .

**Μονάδες 6**

4.2. Να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα των σωμάτων A και B και το μέτρο της σταθερής δύναμης που ασκεί το σώμα A στο σώμα B κατά τη διάρκεια αυτής της κίνησης.

**Μονάδες 10**

4.3. Πόση είναι η ισχύς της δύναμης  $\vec{F}$  τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$ .

**Μονάδες 4**

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$ .

**Μονάδες 5**

46. [13634 / Δ](#)

Δύο σώματα A και B, με μάζες  $m_A = 4 \text{ kg}$  και  $m_B = 1 \text{ kg}$  αντίστοιχα είναι ακίνητα, με το σώμα B να βρίσκεται πάνω στο σώμα A. Το σώμα A βρίσκεται πάνω σε λείο, ακλόνητο, οριζόντιο δάπεδο, όπως στην εικόνα. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ασκείται στο σώμα A σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ , που έχει μέτρο  $F = 20 \text{ N}$  και το σύστημα των σωμάτων A και B αρχίζει να κινείται, με το σώμα B να μην ολισθαίνει πάνω στο A εξαιτίας της μεταξύ τους τριβής. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο:  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .



4.1. Να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα των σωμάτων A και B.

**Μονάδες 6**

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται το σώμα B.

**Μονάδες 6**

4.3. Πόση είναι η ισχύς της δύναμης  $\vec{F}$  τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$ .

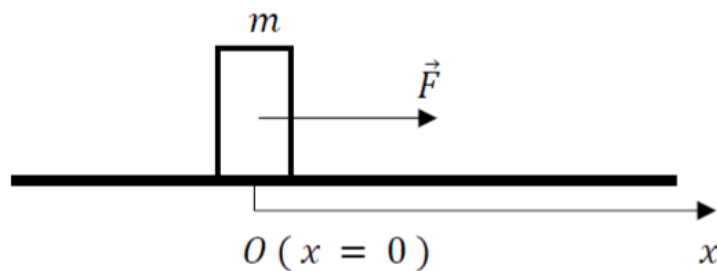
**Μονάδες 6**

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  από τη χρονική στιγμή που αρχίζει η κίνηση του συστήματος των σωμάτων A και B μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$ .

**Μονάδες 7**

47. 13638 / Δ

Σώμα μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  είναι ακίνητο σε τραχύ, οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, στη θέση  $x = 0$ . Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής  $\mu_{o\rho} = 0,5$  και συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu_{o\lambda} = 0,4$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το σώμα δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης  $\vec{F}$ , που έχει μέτρο  $F = 10 - 5 \cdot x$  (S. I), όπου  $x$  η θετική θέση του σώματος. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο:  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Οι δυνάμεις που ασκούνται από τον ατμοσφαιρικό αέρα να αμεληθούν.



4.1. Να αποδείξετε ότι το σώμα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ .

**Μονάδες 6**

4.2. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  από τη θέση  $x_0 = 0$  μέχρι τη θέση  $x = + 1,2 \text{ m}$ .

**Μονάδες 6**

4.3. Πόσο είναι το έργο της τριβής ολίσθησης  $\vec{T}_{o\lambda}$  από τη θέση  $x_0 = 0$  μέχρι τη θέση  $x = + 1,2 \text{ m}$ .

**Μονάδες 6**

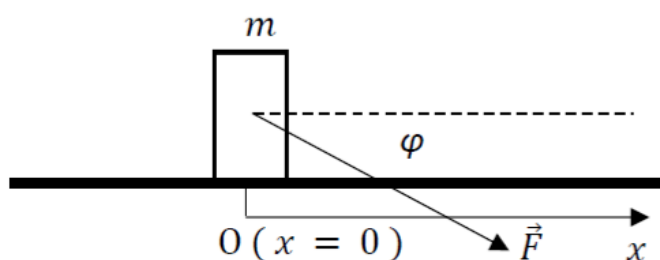
4.4. Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από τη θέση  $x_0 = 0$  μέχρι τη θέση  $x = + 1,2 \text{ m}$ .

**Μονάδες 7**



48. [13640 / Δ](#)

Σημειακό αντικείμενο, μάζας  $m = 1 \text{ kg}$ , εκτοξεύεται, τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , κατά μήκος οριζώντιου, ακλόνητου δαπέδου, από σημείο του  $O$  ( $x = 0$ ), με αρχική ταχύτητα  $\vec{v}_0$ , μέτρου  $v_0 = 4 \cdot \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Την ίδια χρονική στιγμή, το σώμα δέχεται την επίδραση κατακόρυφης και με φορά προς τα κάτω δύναμης  $\vec{F}$ , που έχει μέτρο  $F = 10 - 5 \cdot x$  ( $S.I$ ), όπου  $x$  η θέση του σώματος. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu_{ολ} = 0,4$ . Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο:  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .



4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το σημειακό αντικείμενο σε θέση  $x$ .

**Μονάδες 9**

4.2 Να αποδείξετε ότι το σημειακό αντικείμενο θα σταματήσει στη θέση  $x = +4 \text{ m}$ .

**Μονάδες 9**

4.3 Να υπολογίσετε την θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον, λόγω της τριβής ολίσθησης, καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης του σημειακού αντικειμένου.

**Μονάδες 7**

Να αμελήσετε τις δυνάμεις που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας.

49. [13667 / Δ](#)

Ένα μικρό κιβώτιο σχήματος κύβου (σώμα Σ), με βάση από ομογενές υλικό, συγκρατείται αρχικά ακίνητο πάνω σε πλάγιο ομογενές δάπεδο μεγάλου μήκους, με το οποίο εμφανίζει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,25$ .



Η γωνία κλίσης του κεκλιμένου δαπέδου είναι  $\varphi$ , για την οποία δίνονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί  $\eta\mu\varphi = 0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ .

Κάποια στιγμή το κιβώτιο εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα  $\vec{v}_0$  παράλληλη με το κεκλιμένο δάπεδο, με φορά προς τα πάνω και μέτρο  $v_0 = 8 \frac{m}{s}$ , όπως στο σχήμα.

**4.1** Να υπολογίσετε το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος Σ, κατά την άνοδό του στο κεκλιμένο δάπεδο.

**Μονάδες 7**

**4.2** Σε πόση απόσταση από την αρχική του θέση θα φτάσει το σώμα Σ, μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του.

**Μονάδες 6**

**4.3** Αν υποθέσουμε ότι ο συντελεστής μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης, είναι ίσοι, να δείξετε ότι το σώμα Σ, μετά τον στιγμιαίο μηδενισμό της ταχύτητάς του, επιστρέφει προς την βάση του κεκλιμένου.

**Μονάδες 6**

**4.4** Αν δίνεται ότι η μάζα του σώματος Σ είναι  $m = 2 \text{ kg}$ , να υπολογίσετε την ενέργεια η οποία μετατρέπεται σε θερμότητα λόγω τριβών, από την στιγμή της εκτόξευσης του σώματος προς τα πάνω στο κεκλιμένο, μέχρι να περάσει και πάλι από την αρχική του θέση καθώς κατεβαίνει επιστρέφοντας προς αυτήν.

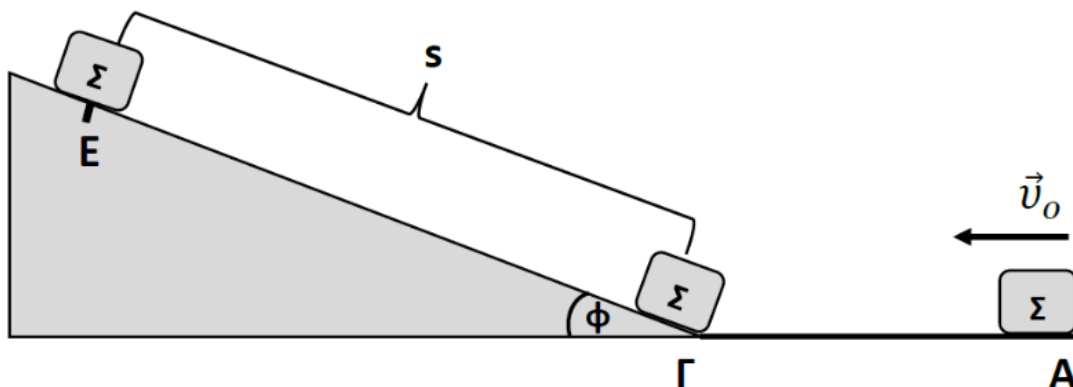
**Μονάδες 6**

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ , οι αντιστάσεις αέρα θεωρούνται αμελητέες.

50. [13669 / Δ](#)

Το σώμα του σχήματος, μάζας  $m = 1 \text{ Kg}$ , διέρχεται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  από τη θέση Α του λείου οριζοντίου επιπέδου ΑΓ ( μήκους  $ΑΓ = 20 \text{ m}$ ) με ταχύτητα μέτρου  $v_0$ . Την χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$  το σώμα έχει φτάσει στη θέση Γ και, χωρίς να αναπηδήσει, συνεχίζει την κίνησή του, ολισθαίνοντας στο

κεκλιμένο επίπεδο ΓΕ (μεγάλου μήκους), γωνίας κλίσης  $\varphi = 30^\circ$ , με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu_{ολ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .



**4.1** Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, καθώς αυτό κινείται στο επίπεδο ΑΓ και να υπολογίσετε την κινητική του ενέργεια στη θέση Γ.

**Μονάδες 5**

**4.2** Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε μια θέση μεταξύ Γ και Ε, καθώς αυτό ανεβαίνει και να τις αναλύσετε σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες, εκ των οποίων ο ένας να είναι ο άξονας κίνησης.

**Μονάδες 5**

**4.3** Να υπολογίσετε το διάστημα  $s$  που θα διανύσει το σώμα στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.

**Μονάδες 8**

**4.4** Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση E, αφού έχει μηδενιστεί η ταχύτητά του. Να διερευνήσετε αν θα επιστρέψει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Να δεχθείτε ότι η μέγιστη στατική τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης.

**Μονάδες 7**

Δίνονται:  $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $g = 10 \frac{m}{s^2}$

## 51. [13700 / Δ](#)

Μία ομάδα μαθητών αναλαμβάνει να κατασκευάσει και να εκτοξεύσει ένα μικρό σώμα που είναι εφοδιασμένο με κατάλληλους αισθητήρες θερμοκρασίας, πίεσης, υγρασίας κ.ά., έτσι ώστε να συλλέξει μετεωρολογικά δεδομένα. Στο σώμα είναι ενσωματωμένο μικρό αλεξίπτωτο αμελητέας μάζας το οποίο είναι προγραμματισμένο να ανοίξει στο μέγιστο ύψος της τροχιάς του. Στην πρώτη τους δοκιμή, αν και κατάφεραν να



εκτοξεύσουν το σώμα κατακόρυφα, το αλεξίπτωτο δεν άνοιξε λόγω κάποιου προβλήματος στην κατασκευή. Αν γνωρίζετε ότι η συνολική μάζα του σώματος είναι  $m = 0,5 \text{ kg}$  και ότι το σώμα έφτασε σε μέγιστο ύψος  $H = 45 \text{ m}$ , να υπολογιστούν,

**4.1)** η ταχύτητα εκτόξευσης του σώματος, θεωρώντας την αντίσταση του αέρα καθώς και οποιαδήποτε άλλη τριβή αμελητέα,

**Μονάδες 6**

**4.2)** το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους που βρίσκεται το σώμα, όταν η κινητική του ενέργεια είναι τετραπλάσια της δυναμικής,

**Μονάδες 6**

**4.3)** η μέση ταχύτητα του σώματος κατά τη διάρκεια της κίνησης του.

**Μονάδες 6**

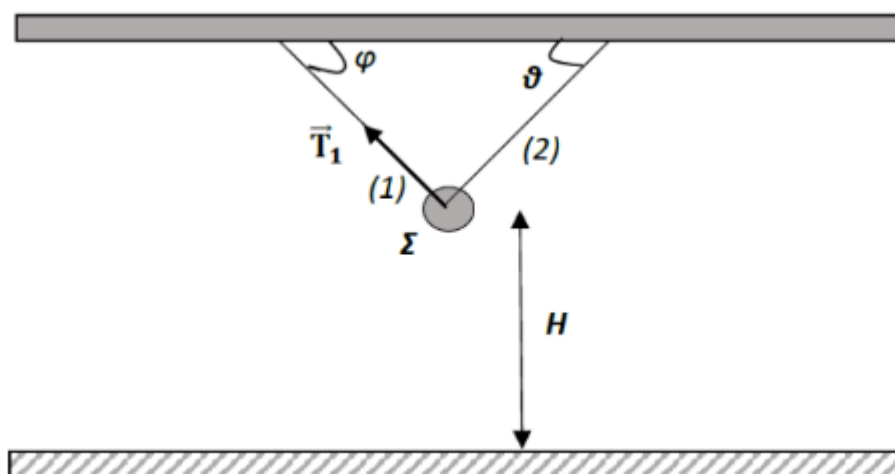
Σε μία δεύτερη απόλυτα επιτυχημένη δοκιμή όταν το σώμα φτάσει στο μέγιστο ύψος  $H$  το αλεξίπτωτο ανοίγει. Για λόγους απλότητας θεωρείστε ότι η δύναμη που ασκείται από το αλεξίπτωτο στο σώμα, έχει σταθερό μέτρο,  $F = 4,55 \text{ N}$ .

**4.4)** Να υπολογιστεί ο χρόνος πτώσης του σώματος.

**Μονάδες 7**

Θεωρείστε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας την επιφάνεια του εδάφους και την επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ . Είναι γνωστό ότι και οι δύο εκτοξεύσεις γίνονται από μηχανισμό στην επιφάνεια του εδάφους.

## 52. [13711 / Δ](#)



Η σφαίρα  $\Sigma$  με μάζα  $m$  ισορροπεί ακίνητη με τη βοήθεια δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων (1) και (2) που είναι κάθετα μεταξύ τους. Τα νήματα έχουν το ένα άκρο τους προσδεμένο στη  $\Sigma$  και το άλλο άκρο τους ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Η  $\Sigma$  απέχει από το οριζόντιο δάπεδο απόσταση  $H = 5m$ . Το μέτρο της δύναμης (τάσης,  $\vec{T}_1$ ) που ασκεί το νήμα (1) στη σφαίρα είναι 60 N.

**4.1)** Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα κατά την ισορροπία της και να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης (τάσης,  $\vec{T}_2$ ) που ασκεί το νήμα (2) στη  $\Sigma$ .

**Μονάδες 6**

**4.2)** Να υπολογίσετε τη μάζα της  $\Sigma$ .

**Μονάδες 6**

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , τα νήματα κόβονται ταυτόχρονα με αποτέλεσμα η σφαίρα  $\Sigma$  να εκτελέσει ελεύθερη πτώση.

**4.3)** Να υπολογίσετε σε ποιο ύψος από το έδαφος η κινητική της ενέργεια είναι τετραπλάσια από τη βαρυτική δυναμική της ενέργεια.

**Μονάδες 7**

**4.4)** Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας της  $\Sigma$  κατά την πτώση της σε συνάρτηση με την απόσταση της  $y$  από τη θέση όπου κόβονται τα νήματα, σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

### Μονάδες 6

Δίνεται ότι ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται αυτό του οριζοντίου δαπέδου, η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\eta\mu\varphi = \sigma\upsilon\nu\theta = 0,6$  και ότι  $\sigma\upsilon\nu\varphi = \eta\mu\theta = 0,8$ . Επίσης η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η σφαίρα  $\Sigma$  έχει μικρές διαστάσεις έτσι ώστε να μπορεί να θεωρηθεί κατά προσέγγιση ως υλικό σημείο.

### 53. [13714 / Δ](#)

Κιβώτιο μάζας  $m = 1\text{ Kg}$  αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης  $\varphi = 30^\circ$ . Το κιβώτιο κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**4.1** Να εξηγήσετε γιατί το κιβώτιο δέχεται δύναμη τριβής ολίσθησης. Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτό και να τις αναλύσετε σε δυο κάθετους μεταξύ τους άξονες από τους οποίους ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης.

### Μονάδες 8

**4.2** Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης τριβής ολίσθησης που δέχεται το κιβώτιο και την τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του κεκλιμένου επιπέδου.

**Μονάδες 8**

**4.3** Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του βάρους του κιβωτίου, όταν αυτό θα έχει διανύσει  $4\text{ m}$  κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου από το σημείο που ξεκίνησε. Πόση είναι η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του κιβωτίου; Να συγκρίνετε το έργο του βάρους με την αντίστοιχη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας και να διατυπώσετε το συμπέρασμά σας.

**Μονάδες 5**

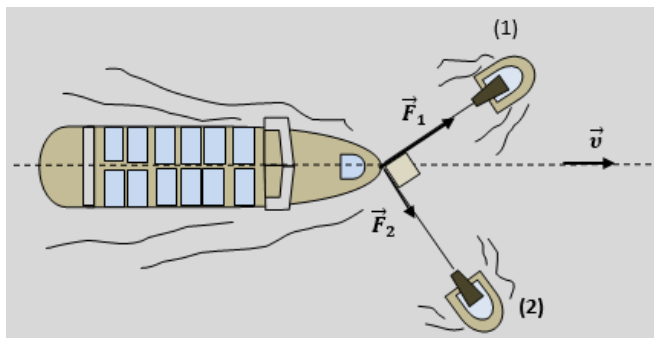
**4.4** Ποιο θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου, όταν αυτό έχει διανύσει το παραπάνω διάστημα των  $4\text{ m}$  κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου;

**Μονάδες 4**

Δίνονται:  $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

**54. [14254 / Δ](#)**

Ένα φορτηγό πλοίο οδηγείται στο λιμάνι του Πειραιά, αποκλειστικά με τη βοήθεια δύο ρυμουλκών, τα οποία τραβούν το φορτηγό, με σχοινιά, που μπορούν να θεωρηθούν οριζόντια.



Για μια σημαντική χρονική διάρκεια, τα

σχοινιά που τραβούν το πλοίο, είναι κάθετα μεταξύ τους. Το ρυμουλκό (1) ασκεί δύναμη  $\vec{F}_1$  μέτρου  $F_1 = 8 \cdot 10^4\text{ N}$ , το ρυμουλκό (2) ασκεί δύναμη  $\vec{F}_2$  μέτρου  $F_2 = 6 \cdot 10^4\text{ N}$  και το πλοίο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα  $\vec{v}$  μέτρου  $v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  όπως φαίνεται και στο σχήμα.



Να υπολογίσετε:

4.1 το μέτρο της οριζόντιας δύναμης – αντίστασης  $\vec{A}$  που δέχεται το πλοίο από το νερό,

**Μονάδες 8**

4.2 τη μετατόπιση του πλοίου σε χρονική διάρκεια  $\Delta t = 2 \text{ min}$ ,

**Μονάδες 5**

4.3 την ενέργεια που προσφέρθηκε συνολικά στο πλοίο από τα δύο ρυμουλκά, κατά την παραπάνω χρονική διάρκεια.

**Μονάδες 6**

4.4 την ενέργεια που προσέφερε κάθε ρυμουλκό στο πλοίο, κατά την παραπάνω χρονική διάρκεια,

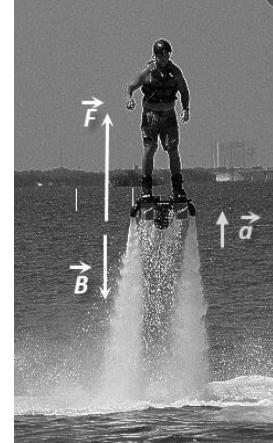
**Μονάδες 6**



55. [14256 / Δ](#)

Το flyboard είναι θαλάσσιο σπορ, στο οποίο ένας αθλητής είναι στερεωμένος πάνω σε μια βάση, στο κάτω μέρος της οποίας υπάρχουν σωλήνες που εκτοξεύουν προς τα κάτω νερό, με αποτέλεσμα να ασκούν στη βάση δύναμη προς τα πάνω και να προκαλούν κατακόρυφη μετατόπιση στο σύστημα.

Στη διπλανή εικόνα ο αθλητής έχει μάζα  $M = 80 \text{ kg}$  και η βάση με τους σωλήνες έχει μάζα  $m = 10 \text{ kg}$ .



Το σύστημα βάση-αθλητής, δέχεται από τον μηχανισμό σταθερή προς

τα πάνω δύναμη  $\vec{F}$ , μέτρου  $F = 1080 \text{ N}$ , ξεκινάει τη στιγμή  $t_0 = 0$ , από την ηρεμία και από την επιφάνεια της θάλασσας και κινείται κατακόρυφα.

Να υπολογίσετε:

4.1 το ύψος που έχει ανέβει η βάση του συστήματος, από την επιφάνεια της θάλασσας, τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ ,

**Μονάδες 7**

4.2 το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης  $\vec{F}_1$  που δέχεται ο αθλητής από τη βάση στην οποία πατάει,

**Μονάδες 6**

4.3 την ενέργεια που δόθηκε στον αθλητή από την βάση που τον ανεβάζει, από την έναρξη της κίνησης αυτής, μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ ,

**Μονάδες 6**

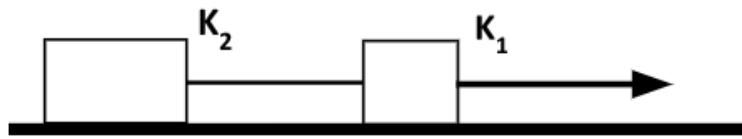
4.4 την μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος βάση-αθλητής, από την έναρξη της κίνησης αυτής, μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ .

**Μονάδες 6**

Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και αντιστάσεις αέρα-νερού αγνοούνται.

56. [14389 / Δ](#)

Τα κιβώτια  $K_1$  και  $K_2$  του διπλανού σχήματος έχουν μάζες  $m_1 = 3 \text{ kg}$  και  $m_2 = 5 \text{ kg}$  αντίστοιχα και βρίσκονται αρχικά ακίνητα σε



οριζόντιο δάπεδο, με το οποίο εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,5$ . Τα κιβώτια είναι δεμένα μεταξύ τους με ένα μη εκτατό νήμα αμελητέας μάζας, το οποίο είναι οριζόντιο και τεντωμένο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$  ένας εργάτης ασκεί στο κιβώτιο  $K_1$  οριζόντια σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  στη διεύθυνση του νήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα και μετακινεί τα κιβώτια με σταθερή επιτάχυνση  $a = 1 \text{ m/s}^2$ .

**4.1** Να μεταφέρετε το σχήμα στο γραπτό σας, να το συμπληρώσετε με τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα και να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται σε κάθε κιβώτιο.

**Μονάδες 12**

**4.2** Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα σε κάθε κιβώτιο.

**Μονάδες 3**

**4.3** Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης που ασκεί το νήμα στο κιβώτιο  $K_1$ , από τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$  μέχρι τη χρονική  $t_1 = 4 \text{ s}$ .

**Μονάδες 4**

**4.4** Να υπολογίσετε, πόσο τοις εκατό από την ενέργεια που μεταβιβάζει ο εργάτης στα κιβώτια, παραμένει ως κινητική στο κιβώτιο  $K_1$ .

**Μονάδες 6**

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

## 57. [14393 / Δ](#)

Σε σώμα μάζας  $m = 4 \text{ Kg}$ , το οποίο είναι ακίνητο στη θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$ , επάνω σε μη λείο οριζόντιο δάπεδο, ασκείται την χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$ , σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F = 20 \text{ N}$ . Το σώμα κινείται επάνω στο οριζόντιο δάπεδο και η μεταβολή της κινητικής του ενέργειας κατά τη διάρκεια του 6ου μέτρου της μετατόπισής του είναι  $\Delta K = 12 \text{ J}$ .

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Να υπολογίσετε:

**4.1** Τον συντελεστή της τριβής ολίσθησης ( $\mu$ ) μεταξύ του σώματος και του οριζόντιου δαπέδου.

**Μονάδες 5**

**4.2** Την χρονική στιγμή  $t_1$ , κατά την οποία το σώμα θα βρίσκεται στην θέση  $x_1 = 6 \text{ m}$  και το μέτρο  $v_1$  της ταχύτητας που αυτό θα έχει αποκτήσει.

**Μονάδες 6**

Μετά την χρονική στιγμή  $t_1$  καταργείται η δύναμη  $\vec{F}$ .

**4.3** Σε ποια θέση  $x_2$  και σε ποια χρονική στιγμή  $t_2$  θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος;

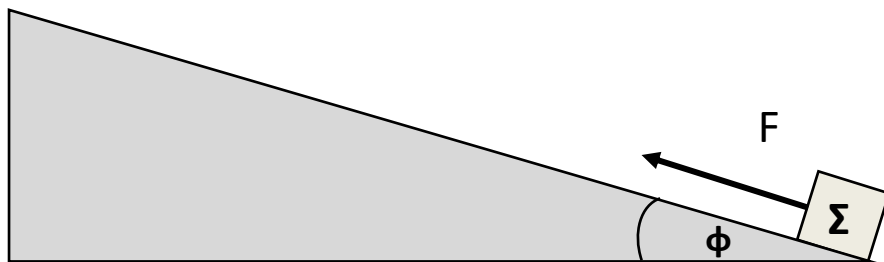
**Μονάδες 9**

**4.4** Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου για το παραπάνω σώμα από την χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  μέχρι την χρονική στιγμή  $t_2$ .

**Μονάδες 5**

58. [14395 / Δ](#)

Σε σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m = 10 \text{ Kg}$ , το οποίο βρίσκεται στη βάση (θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$ ) μη λείου κεκλιμένου επιπέδου, μεγάλου μήκους και γωνίας κλίσης  $\varphi = 30^\circ$ , αρχίζει να ασκείται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$ , σταθερή δύναμη μέτρου  $F = 120 \text{ N}$ , με διεύθυνση παράλληλη του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα, ξεκινώντας από την ηρεμία, κινείται κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου ανεβαίνοντας με σταθερή επιτάχυνση και το μέτρο της μετατόπισής του, κατά τη διάρκεια του 4ου δευτερολέπτου της κίνησής του, είναι  $\Delta x = 7 \text{ m}$ .



4.1 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα κατά την κίνησή του επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, για το χρονικό διάστημα  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως  $t_4 = 4 \text{ s}$  και να τις αναλύσετε σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες, εκ των οποίων ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης. **Μονάδες 5**

Να υπολογίσετε:

4.2 Το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος για το παραπάνω χρονικό διάστημα  $0 \text{ s} - 4 \text{ s}$ .

**Μονάδες 4**

4.3 Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης ( $\mu$ ) μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου.

**Μονάδες 7**

Μετά την χρονική στιγμή  $t_4 = 4 \text{ s}$  και ενώ το σώμα βρίσκεται στη θέση  $x_4$  επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο καταργείται η δύναμη  $\vec{F}$ .

4.4 Σε ποια θέση ( $x_5$ ) θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος;

**Μονάδες 9**

Δίνονται:  $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

## 59. [14529 / Δ](#)

Ένα άδειο κιβώτιο, μάζας  $m = 10 \text{ Kg}$ , βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Ένας εργάτης ασκεί στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη  $F = 60 \text{ N}$  για χρονικό διάστημα  $\Delta t$  και το μετατοπίζει κατά  $\Delta x = 25 \text{ m}$ . Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου είναι  $\mu = 0,4$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**4.1** Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα  $\Delta t$ .

**Μονάδες 6**

**4.2** Να υπολογίσετε τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο κατά το χρονικό διάστημα  $\Delta t$ .

**Μονάδες 7**

**4.3** Να υπολογίσετε τη ταχύτητα του κιβωτίου όταν αυτό έχει μετατοπιστεί κατά  $\Delta x = 25 \text{ m}$ .

**Μονάδες 5**

Ένα ίδιο κιβώτιο είναι γεμάτο με άμμο μάζας  $m_1 = 40 \text{ Kg}$  και βρίσκεται ακίνητο πάνω στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο.

**4.4** Να υπολογίσετε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκήσει ο εργάτης στο γεμάτο κιβώτιο ώστε κατά το ίδιο χρονικό διάστημα  $\Delta t$  να το μετατοπίσει κατά  $\Delta x = 25 \text{ m}$ .

**Μονάδες 7**

## 60. 14531 / Δ

Μικρή σφαίρα μάζας,  $m = 2 \text{ Kg}$ , αφήνεται από ύψος  $h = 20 \text{ m}$  να πέσει προς την επιφάνεια της Γης. Η σφαίρα φτάνει στην επιφάνεια με ταχύτητα  $v_{\Gamma\kappa\alpha\theta}$ . Μία ίδια σφαίρα αν αφεθεί από το ίδιο ύψος σε έναν πλανήτη Α θα φτάσει στην επιφάνειά του με ταχύτητα  $v_{\text{Α}\kappa\alpha\theta} = v_{\Gamma\kappa\alpha\theta}/2$ .

Η αντίσταση του αέρα είναι και στις δύο περιπτώσεις αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Γη είναι  $g_{\Gamma} = 10 \text{ m/s}^2$ .

**4.1** Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα  $\Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta}$  μέχρις ότου, η σφαίρα να φτάσει στην επιφάνεια της Γης, καθώς και την ταχύτητα  $v_{\Gamma\kappa\alpha\theta}$  που έχει εκείνη την στιγμή.

**Μονάδες 6**

**4.2** Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας του πλανήτη Α ( $g_A$ ).

**Μονάδες 6**

**4.3** Αν  $\Delta t_{\text{Α}\kappa\alpha\theta}$  είναι το χρονικό διάστημα μέχρις ότου, η σφαίρα να φτάσει στην επιφάνεια του πλανήτη Α, να βρεθεί ο λόγος  $\frac{\Delta t_{\text{Α}\kappa\alpha\theta}}{\Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta}}$ .

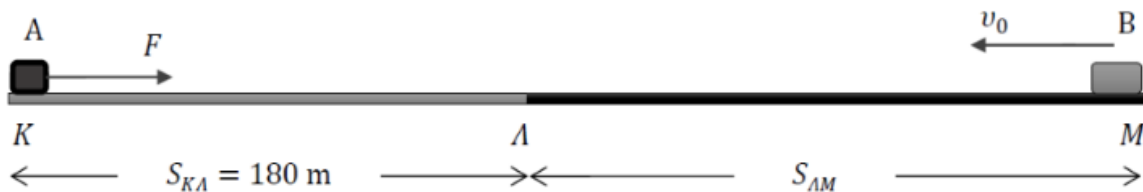
**Μονάδες 6**

**4.4** Να γίνουν στο ίδιο διάγραμμα σε βαθμονομημένους άξονες, οι γραφικές παραστάσεις  $U = U(y)$ ,  $K = K(y)$  και  $E_{\text{ΜΗΧ}} = E_{\text{ΜΗΧ}}(y)$ , όπου τα  $U$ ,  $K$  και  $E_{\text{ΜΗΧ}}$  αντιστοιχούν στην δυναμική, την κινητική και την μηχανική ενέργεια της σφαίρας στη Γη και το  $y$  στην απόσταση του σφαίρας από την επιφάνεια της Γης.

**Μονάδες 7**

61. [14532 / Δ](#)

Στο αρχικά ακίνητο σώμα A, μάζας  $m_A = 2 \text{ Kg}$ , ασκείται, τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$ , οριζόντια δύναμη  $F = 20 \text{ N}$ . Το σώμα A κινείται πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο  $KL$ , μήκους  $S_{KL} = 180 \text{ m}$ . Ένα δεύτερο σώμα B, διπλάσιας μάζας ( $m_B = 2m_A$ ), διέρχεται, τη χρονική στιγμή  $t_0$ , από το σημείο  $M$  του μη λείου οριζοντίου επιπέδου  $LM$  με ταχύτητα  $v_0 = 42 \text{ m/s}$ , κινούμενο όπως φαίνεται στο σχήμα.



Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος B και του επιπέδου  $LM$  είναι  $\mu = 0,2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

4.1 Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα  $\Delta t_A$  μέχρι το σώμα A να φτάσει στο σημείο  $L$ , καθώς και τη ταχύτητα  $v_A$  με την οποία φτάνει σε αυτό.

**Μονάδες 6**

4.2 Να υπολογίσετε το μήκος  $S_{LM}$ , αν γνωρίζετε ότι το σώμα B φτάνει στο σημείο  $L$  ταυτόχρονα με το σώμα A.

**Μονάδες 6**

4.3 Αν γνωρίζετε ότι, κατά τη σύγκρουση των δύο σωμάτων στο σημείο  $L$ , ακινητοποιούνται και τα δύο, να υπολογίσετε τη μηχανική ενέργεια των δύο σωμάτων που μετατράπηκε, κατά τη σύγκρουση, σε άλλες μορφές ενέργειας.

**Μονάδες 7**

4.4 Να υπολογίσετε το λόγο  $\frac{K_B}{K_A}$ , όπου  $K_A$  η κινητική ενέργεια του σώματος A, όταν αυτό έχει διανύσει μήκος  $S_{KL}/2$  και  $K_B$  η κινητική ενέργεια του σώματος B, όταν αυτό έχει διανύσει μήκος  $S_{LM}/2$ .

**Μονάδες 6**